haben den gleichen x-Wert

Quadratische Funktionen

Funktionale Abhängigkeiten

Aufgabe A1

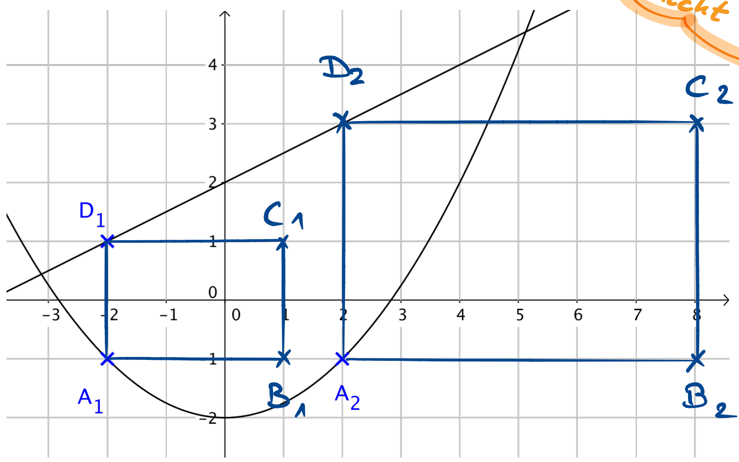
y_D y_A

1.0 Die Punkte $A_n\,(x|0{,}25x^2-2)$ auf der Parabel p: $y = 0{,}25x^2 - 2$ und die Punkte $D_n(x|0{,}5x+2)$ auf der Geraden g: $y = 0{,}5x + 2$ haben dieselbe Abszisse x. Zusammen mit Punkten B_n und C_n sind sie Eckpunkte von Rechtecken $A_nB_nC_nD_n$.
Es gilt: $\overline{A_nB_n} = 1{,}5 \cdot \overline{A_nD_n}$; $x_A < x_B$.

Benennung nicht vergessen!

1.1 Zeichnen Sie die Rechtecke $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -2$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 2$ in nebenstehendes Koordinatensystem ein.

Hinweis: Die Zeichnung ist nicht maßstabsgerecht.



1.2 Bestätigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecke $[A_nD_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:
$\overline{A_nD_n} = [-0{,}25x^2 + 0{,}5x + 4]$ LE

Achtung: Klammer wegen DG

$\overline{A_nD_n} = y_{oben} - y_{unten} = y_D - y_A = [0{,}5x + 2 - (0{,}25x^2 - 2)]$ LE

$= [0{,}5x + 2 - 0{,}25x^2 + 2]$ LE $= [-0{,}25x^2 + 0{,}5x + 4]$ LE

1.3 Bestätigen Sie durch Rechnung, dass für den Umfang u der Rechtecke $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:
$u(x) = [-1{,}25x^2 + 2{,}5x + 20]$ LE

$u = 2 \cdot \overline{A_nB_n} + 2 \cdot \overline{A_nD_n} = 2 \cdot 1{,}5 \cdot \overline{A_nD_n} + 2 \cdot \overline{A_nD_n} = 5 \cdot \overline{A_nD_n}$

$= 5 \cdot (-0{,}25x^2 + 0{,}5x + 4)$ LE $= (-1{,}25x^2 + 2{,}5x + 20)$ LE

1.4 Unter den Rechtecken $A_nB_nC_nD_n$ besitzt das Rechteck $A_0B_0C_0D_0$ einen maximalen Umfang. Bestimmen Sie den Umfang des Rechtecks $A_0B_0C_0D_0$ und den zugehörigen Wert für x durch quadratisches Ergänzen.

$u(x) = -1{,}25x^2 + 2{,}5x + 20$

$= -1{,}25\,[(x^2 - 2x + 1^2) - 1^2] + 20$

$= -1{,}25 \cdot (x - 1)^2 + 21{,}25$

$u_{max} = 21{,}25$ LE für $x = 1$

Lösungen